

Mechanická práca

1 Charakterizujte mechanickú prácu

Riešenie:

Aby sila konala mechanickú prácu, musí telesom pohybovať, musí na teleso pôsobiť po dráhe.

Sila pôsobiaca na teleso môže byť

- a.) rovnobežná s posunutím
- b.) nie je rovnobežná s posunutím

Mechanická práca je súčin sily a dráhy, ktoré teleso pôsobením sily prejde.

a.) $W = F \cdot s$

b.) $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ α = uhol medzi F a s

$$W = F \cdot s$$

$$[W] = [F][s]$$

$$[W] = N \cdot m = kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = 1J = 1 \text{ joule}$$

$$1J = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$$

Práca sa nekoná ak:

- 1.) $F = 0$
- 2.) $s = 0$
- 3.) $\alpha = 90^\circ$, $\cos 90^\circ = 0$, sila je kolmá na posunutie

2

Určite prácu, ktorú musíme vykonať, aby sme po vodorovnej podlahe premiestnili debnu s hmotnosťou 400 kg do vzdialenosti 20 m rovnomerným pohybom

- a.) bez trenia
- b.) ak súčiniteľ trenia medzi podlahou a debnou je $f = 0,15$

Riešenie:

a.) $W = F_g \cdot s$

$$W = m \cdot g \cdot s$$

$$W = 400\text{kg} \cdot 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 20\text{m} = 80\,000\text{J} = 80\text{ kJ}$$

$$\text{b.) } W = (F_g + F_t) \cdot s = (m \cdot g + f \cdot m \cdot g) \cdot s = smg \cdot (1 + f)$$

$$W = 20\text{m} \cdot 400\text{kg} \cdot 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (1 + 0,15) = 92\,000\text{ J} = 92\text{ kJ}$$

$$W = 92$$

V prvom prípade musíme vykonať prácu 80 kJ, v druhom 92 kJ.

3

Robotník naložil na nákladné auto piesok v objeme 4m^3 . Na lopatu nabral priemerne piesok o objeme 3dm^3 a hádzal ho do výšky 2,4m. Priemerná hustota piesku je $\rho = 2600\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Akú prácu vykonal?

Riešenie:

$$V = 4\text{m}^3, V_0 = 3\text{dm}^3 = 0,003\text{m}^3, h = 2,4\text{m}, \rho = 2600\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\text{Počet lopát : } n = V : V_0 = 4\text{m}^3 : 0,003\text{m}^3 = 1333\text{ lopát}$$

$$W = m \cdot g \cdot h \cdot n$$

$$W = \rho \cdot V_0 \cdot g \cdot h \cdot n$$

$$W = 2600\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 0,003\text{m}^3 \cdot 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 2,4\text{m} \cdot 1333 = 249\,537,6\text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 250 \cdot 10^3\text{J}$$

$$W = 250\text{ kJ}$$

Robotník vykonal prácu asi 250 kJ

4

Vypočítajte vykonanú prácu, ak 7 tvárnic o výške 8cm a hmotnosti 12kg ležiacich na zemi bolo urovnané na seba. Aká práca sa vykoná, ak tvárnice ležiace na zemi boli takto poukladané na lešení vo výške 1m.

Riešenie:

Rozbor:

$$h = 8\text{cm} = 0,08\text{m}, m = 12\text{ kg}, h_0 = 1\text{m}$$

$$\begin{aligned} \text{a.) } W &= m \cdot g \cdot (h + 2h + 3h + 4h + 5h + 6h) \\ W &= 12 \cdot 10 \cdot (0,08 + 0,16 + 0,24 + 0,32 + 0,40 + 0,48) \\ W &= 120\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 1,68\text{m} = 201,6\text{ J} \\ W &= 201,6\text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b.) } W &= m \cdot g \cdot [h_0 + (h_0 + h) + (h_0 + 2h) + (h_0 + 3h) + (h_0 + 4h) + (h_0 + 5h) + (h_0 + 6h)] \\ W &= 120 \cdot (1 + 1,08 + 1,16 + 1,24 + 1,32 + 1,40 + 1,48) \\ W &= 120\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 8,68\text{m} = 1041,6\text{ J} \\ W &= 1041,6\text{ J} \end{aligned}$$

V prvom prípade sa vykoná práca 201,6 J, v druhom práca 1041,6 J

5 Automobil s hmotnosťou 2000 kg prešiel rovnomerným priamočiarym pohybom po vozovke so stúpaním 8%. Akú prácu vykonal motor automobilu po dráhe 1,5 km. (Trenie a všetky odpory zanedbáme)

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 2000\text{ kg}, s = 1,5\text{ km} = 1500\text{ m}, \sin \alpha = 0,08$$

$$\sin \alpha = \frac{F}{F_g}$$

$$F = F_g \cdot \sin \alpha$$

$$F = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$F = 2000\text{kg} \cdot 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 0,08$$

$$F = 1600\text{ N}$$

$$W = F \cdot s$$

$$W = 1600\text{ N} \cdot 1500\text{m}$$

$$W = 2400000\text{ N}$$

$$W = 2,4 \cdot 10^6\text{ J}$$

$$W = 2,4\text{ MJ}$$

Motor automobilu vykonal prácu 2,4 MJ.

6

Traktor s nákladom o hmotnosti 6 ton dosiahol pri rovnomerne zrýchlenom pohybe po vodorovnej ceste za 12s rýchlosť 18km.h⁻¹. Akú veľkú prácu vykonal?

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 6t = 6000 \text{ kg}, t = 12\text{s}, v = 18\text{km.h}^{-1} = 5\text{m.s}^{-1}, W = ?$$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{5\text{m.s}^{-1}}{12\text{s}} = \frac{5}{12}\text{m.s}^{-2}$$

$$s = \frac{a.t^2}{2} = \frac{(a.t).t}{2} = \frac{v.t}{2} = \frac{5\text{m.s}^{-1}.12\text{s}}{2} = 30\text{m}$$

$$F = m.a = 6000\text{kg} \cdot \frac{5}{12}\text{m.s}^{-2} = 2500\text{N}$$

$$W = F.s$$

$$W = 2500\text{N} \cdot 30\text{m} = 75000\text{J} = 75\text{kJ}$$

Traktor vykonal prácu $W = 75 \text{ kJ}$.

7

O akú vzdialenosť sa posunie teleso, ak sila 152N, ktorá pôsobí na teleso pod uhlom 51° vykonáva prácu 5,14 kJ.

Riešenie:

Rozbor:

$$F = 152 \text{ N}, \alpha = 51^\circ, W = 5,14 \text{ kJ} = 5140 \text{ J}, s = ?$$

$$W = F.s.\cos\alpha$$

$$s = \frac{W}{F.\cos\alpha}$$

$$s = \frac{5140\text{J}}{152\text{N}.\cos 51^\circ} = \frac{5140\text{J}}{152\text{N} \cdot 0,6293} = 53,74\text{m}$$

$$s = 53,74\text{m}$$

Teleso sa posunie o 53,74m.

8

Teleso pôsobením sily 500N sa posunulo o 25m. Pod akým uhlom pôsobila sila, ak bola vykonaná práca 12 kJ.

Riešenie:

Rozbor:

$$F = 500 \text{ N}, s = 25 \text{ m}, W = 12 \text{ kJ} = 12\,000 \text{ J}, \alpha = ?$$

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{W}{F \cdot s}$$

$$\cos \alpha = \frac{12\,000 \text{ J}}{500 \text{ N} \cdot 25 \text{ m}} = 0,96$$

$$\alpha = 16,26^\circ$$

Sila pôsobila pod uhlom $\alpha = 16,26^\circ$.

9

Chlapec ťahá po vodorovnej ceste ($f = 0,1$) sánky s nákladom s celkovou hmotnosťou 60 kg silou 75 N po dráhe 30 m. Určite:

- a.) zrýchlenie sánok s nákladom
- b.) rýchlosť sánok na konci dráhy
- c.) prácu, ktorú chlapec vykonal

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 60 \text{ kg}, F = 75 \text{ N}, s = 30 \text{ m}, f = 0,1$$

- a.) Zrýchlenie sánok s nákladom

$$F_a = m \cdot a$$

$$F_t = f \cdot m \cdot g$$

$$F = F_a + F_t$$

$$F = m \cdot a + fmg$$

$$a = \frac{F - f \cdot m \cdot g}{m} = \frac{75 \text{ N} - 0,1 \cdot 60 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{60 \text{ kg}} = 0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a = 0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- b.) Rýchlosť sánok na konci dráhy

$$v = at, \quad s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

$$v = a \cdot \sqrt{\frac{2s}{a}} = 0,25m.s^{-2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 30m}{0,25m.s^{-2}}} = 0,25m.s^{-2} \cdot 15,5s = 3,875m.s^{-1}$$

$$v = 3,875m.s^{-1}$$

- c.) Prácu, ktorú chlapec vykonal

$$W = F \cdot s$$

$$W = 75N \cdot 30m = 2250 \text{ J}$$

Zrýchlenie sánok je $a = 0,25m.s^{-2}$, ich rýchlosť na konci dráhy je $v = 3,875m.s^{-1}$. Práca, ktorú chlapec vykonal je $W = 2250N$.

10 Nákladný vlak o hmotnosti 600t vychádzal zo stanice a po 5 minútach rovnomerne zrýchleného pohybu po vodorovnej trati ($f = 0,01$) dosiahol rýchlosť 54 km.h^{-1} . Akú prácu vykonal ťažná sila rušňa?

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 600t = 6 \cdot 10^5 \text{ kg}, \quad t = 5 \text{ min} = 300s, \quad v = 54 \text{ km.h}^{-1} = 15m.s^{-1}, \quad f = 0,01, \quad W = ?$$

$$F_a = m \cdot a = m \cdot \frac{v}{t} = 6 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot \frac{15m.s^{-1}}{300s} = 6 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot 0,05m.s^{-2} = 3 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$F_a = 3 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$F_t = f \cdot m \cdot g = 0,01 \cdot 6 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot 10m.s^{-2} = 6 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$F_t = 6 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$W = (F_a + F_t) \cdot s = (F_a + F_t) \cdot \frac{1}{2}at^2 = (F_a + F_t) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{t} \cdot t^2$$

$$W = 9 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{15m.s^{-1}}{300s} \cdot (300s)^2 = 2,0250 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Ťažná sila rušňa vykoná prácu $W = 202,5 \text{ MJ}$.

Výkon

1 Charakterizujte fyzikálnu veličinu výkon.

Riešenie:

Výkon je fyzikálna veličina, ktorá charakterizuje rýchlosť konania práce.

Výkon P je práca vykonaná za čas.

$$P = \frac{W}{t} \quad (1)$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot \frac{s}{t} = F \cdot v$$

$$P = F \cdot v \quad (2)$$

$$[P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{J}{s} = J \cdot s^{-1} = 1W = 1Watt$$

$$1W = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$$

Účinnosť:

Práca dodaná mechanickej sústave za čas t sa nazýva príkon P_p

Práca vykonaná mechanicou sústavou za čas t sa nazýva výkon P

Platí: $P < P_p$ $\Delta P = P_p - P$ sú straty

$$\eta = \frac{\text{výkon}}{\text{príkon}} < 1$$

$$\eta = \frac{P}{P_p} \cdot 100\% < 100\%$$

2

Motor výtahu zdvihne rovnomerným pohybom náklad s hmotnosťou 240kg do výšky 36m za 90s.

- a.) Aký je výkon motora?
- b.) Aký je jeho príkon, ak $\eta = 96\% = 0,96$

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 240\text{kg}, h = 36\text{m}, t = 90\text{s}, \eta = 96\%$$

$$a.) P = F \cdot v = m \cdot g \cdot \frac{h}{t} = 240\text{kg} \cdot 10\text{m.s}^{-2} \cdot \frac{36\text{m}}{90\text{s}} = 960\text{W}$$

$$P = 960\text{W}.$$

$$b.) \eta = \frac{P}{P_p}$$

$$P_p = \frac{P}{\eta} = \frac{960\text{W}}{0,96} = 1000\text{W}$$

$$P_p = 1000\text{W}$$

Motor má výkon $P = 960\text{W}$ a príkon $P_p = 1000\text{W}$.

3

Za aký čas zdvihne rovnomerným pohybom žeriav, ktorého elektromotor má príkon $P_p = 9000\text{W}$, bremeno hmotnosti 12 ton do výšky 9m, ak účinnosť motora je $\eta = 0,654$?

Riešenie:

Rozbor:

$$P_p = 9000\text{W}, m = 12\text{t} = 12\,000\text{kg}, h = 9\text{m}, \eta = 0,654$$

$$\eta = \frac{P}{P_p}$$

$$P = \eta \cdot P_p$$

$$F \cdot v = \eta \cdot P_p$$

$$m \cdot g \cdot \frac{h}{t} = \eta \cdot P_p$$

$$t = \frac{m \cdot g \cdot h}{\eta \cdot P_p}$$

$$t = \frac{12000\text{kg} \cdot 10\text{m.s}^{-2} \cdot 9\text{m}}{0,654 \cdot 9000\text{W}} = 183\text{s} = 3\text{min } 3\text{s}$$

Žeriav zdvihne bremeno za asi 3 minúty a 3 sekundy

4

Elektromotor, ktorý má príkon 3,5 kW čerpá vodu do výšky 30m. Koľko vody načerpá za 14 hodín, ak $\eta = 60\%$?

Riešenie:

Rozbor:

$$P_p = 3,5 \text{ kW} = 3,5 \cdot 10^3 \text{ W}, h = 30 \text{ m}, t = 14 \text{ h} = 50\,400 \text{ s}, \eta = 60\% = 0,6$$

$$\eta = \frac{P}{P_p}$$

$$P = \eta \cdot P_p$$

$$F_g \cdot v = \eta \cdot P_p$$

$$m \cdot g \cdot \frac{h}{t} = \eta \cdot P_p$$

$$m = \frac{\eta \cdot P_p \cdot t}{g \cdot h}$$

$$m = \frac{0,6 \cdot 3500 \text{ W} \cdot 50\,400 \text{ s}}{10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 30 \text{ m}} = 352\,800 \text{ kg}$$

$$m = 352,8 \text{ t}$$

Za 14 hodín elektromotor načerpá 352,8 ton vody.

5 Turista vystupuje zo Štrbského plesa (1350m n. m.) na Gerlachovský štít (2663m n. m.). Hmotnosť turistu je 68kg, batoh ktorý nesie má hmotnosť 12kg. Aký bol jeho výkon, ak výstup trval 5 hodín?

Riešenie:

Rozbor:

$$h_1 = 1350 \text{ m}, h_2 = 2663 \text{ m}, m_1 = 68 \text{ kg}, m_2 = 12 \text{ kg}, t = 5 \text{ hod} = 18\,000 \text{ s}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F_g \cdot (h_2 - h_1)}{t} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g \cdot (h_2 - h_1)}{t}$$

$$P = \frac{80 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (2663 \text{ m} - 1350 \text{ m})}{18000 \text{ s}} = \frac{800 \cdot 1313}{18000} \text{ W} = 58,3 \text{ W}$$

$$P = 58,3 \text{ W}$$

Výkon turistu bol $P = 58,3 \text{ W}$

6 Cyklista vychádza na kopec stálou rýchlosťou. Dĺžka kľuky pedála je 25cm, čas jednej otáčky pedála je 2s, priemerná sila na pedál má veľkosť 150N. Určite priemerný výkon cyklistu!

Riešenie:

Rozbor:

$$r = 25\text{cm} = 0,25\text{m}, T = 2\text{s}, F = 150\text{N}, P = ?$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v$$

$$P = F \cdot v = F \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

$$P = 150\text{N} \cdot \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,25\text{m}}{2\text{s}} = 150\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 0,785\text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 117,75\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$$

$$P = 118\text{W}$$

Výkon cyklistu je asi $P = 118\text{ W}$

7

Štvormotorové reaktívne lietadlo letí priamočiarno vo vodorovnej rovine tak, že každú minútu prejde dráhu 12 km. Každý motor pracuje s výkonom 800 kW. Aká je veľkosť odporovej sily pôsobiacej na lietadlo.

Riešenie:

Rozbor:

$$t = 1\text{ min} = 60\text{s}, s = 12\text{ km} = 12\,000\text{m}, P = 800\text{ kW} = 800\,000\text{W},$$

$$4P = P' = 3\,200\,000\text{ W}$$

$$F_0 = F \cdot v$$

$$F = \frac{F_0}{v} = \frac{F_0}{\frac{s}{t}} = \frac{F_0 \cdot t}{s}$$

$$F = \frac{3\,200\,000\text{W} \cdot 60\text{s}}{12\,000\text{m}} = 16\,000\text{ N} = 16\text{ kN}$$

$$F = 16\text{ kN}$$

Odporová sila pôsobiaca na lietadlo je $F = 16 \text{ kN}$.

8

Automobil hmotnosti 1,5 tony sa rozbiehal 0,5 minúty pri stálom výkone 22,5 kW. Akú veľkú rýchlosť dosiahol? (Trenie a odpory zanedbajte).

Riešenie:

Rozbor:

$m = 1,5 \text{ t} = 1500 \text{ kg}$, $t = 0,5 \text{ min.} = 30\text{s}$, $P = 22,5 \text{ kW} = 22\,500\text{W}$

$$s = \frac{at^2}{2} = \frac{at \cdot t}{2} = \frac{vt}{2}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = \frac{m \cdot a \cdot \frac{vt}{2}}{t} = \frac{m \cdot \frac{v}{t} \cdot \frac{vt}{2}}{t} = \frac{m \cdot v^2}{2t}$$

$$P = \frac{m \cdot v^2}{2t}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot t}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 22\,500\text{W} \cdot 30\text{s}}{1500\text{kg}}} = \sqrt{900\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}} = 30\text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 108\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Automobil dosiahol rýchlosť $v = 108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

9

Spotreba vody pri činnosti jednej turbíny z hydroelektrárne je $630 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Výkon turbogenerátora je 100 MW pri $\eta = 90\%$. Určite rozdiel výšok hladín vody na priehrade a pod priehradou!

Riešenie:

Rozbor:

$P = 100 \text{ MW} = 10^8 \text{ W}$, $\eta = 90\% = 0,90$, $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $h_2 - h_1 = ?$

$$m = \rho V = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 630 \text{ m}^3 = 630 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$\eta = \frac{P}{P_p}$$

$$P_p = \frac{P}{\eta} = \frac{10^8 \text{ W}}{0,9} = 111,1 \cdot 10^6 \text{ W}$$

$$W = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

$$P_p \cdot t = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

$$(h_2 - h_1) = \frac{P_p \cdot t}{m \cdot g} =$$

$$(h_2 - h_1) = \frac{111,1 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot 1 \text{ s}}{630 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 0,176 \cdot 10^2 \text{ m} = 17,6 \text{ m}$$

$$(h_2 - h_1) = 17,6 \text{ m}$$

Rozdiel hladín je 17,6 m

10

Vlak s hmotnosťou $5 \cdot 10^5 \text{ kg}$ pohybujúci sa rýchlosťou $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ začne brzdiť až zastaví.

- a.) Koľko tepla vzniklo pri brzdení za predpokladu, že celá práca spotrebovaná na brzdzenie sa premenila na teplo?
- b.) Aký bol výkon brzdiaceho motora, ak brzdzenie trvalo 40s?

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 5 \cdot 10^5 \text{ kg}, v = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, t = 40 \text{ s}, Q = ?, P = ?$$

$$a.) Q = W = F \cdot s = m \cdot a \cdot \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} m \cdot (a \cdot t)^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$Q = \frac{1}{2} 5 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot (20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 = 10^8 \text{ J} = 100 \cdot 10^6 \text{ J} = 100 \text{ MJ}$$

$$Q = 100 \text{ MJ}$$

$$b.) P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{100 \text{ MJ}}{40 \text{ s}} = 2,5 \text{ MW}$$

$$P = 2,5 \text{ MW}$$

Pri brzdení vzniklo 100 MJ tepla. Výkon brzdiaceho motora bol 2,5 MW.

11

Lietadlo má hmotnosť 3 000kg. Za 1 minútu vystúpi do výšky 1 km a dosiahne rýchlosť 180 km.h⁻¹. Určite výkon motora lietadla!

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 3\,000\text{kg}, h = 1\text{ km} = 1000\text{m}, t = 1\text{min} = 60\text{ s}, v = 180\text{km.h}^{-1} = 50\text{m.s}^{-1}$$

Zrýchlenie:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{50\text{m.s}^{-1}}{60\text{s}} = 0,833\text{m.s}^{-2}$$

Dráha:

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{(50\text{m.s}^{-1})^2}{2 \cdot 0,833\text{m.s}^{-2}} = 1500\text{m}$$

Uhol stúpania lietadla:

$$\sin \alpha = \frac{h}{s} = \frac{1000\text{m}}{1500\text{m}} = 0,6667$$

$$\alpha = 41,8^\circ$$

Výkon motora lietadla:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{m \cdot g \cdot s \cdot \cos \alpha}{t} = \frac{3000\text{kg} \cdot 10\text{m.s}^{-2} \cdot 1500\text{m} \cdot \cos 41,8^\circ}{60\text{s}} = 559107\text{ W} = 560\text{ kW}$$

$$P = 560\text{ kW}$$

Výkon motora lietadla je $P = 560\text{ kW}$.

Energia

1

Stručne charakterizujte fyzikálnu veličinu energia.

Riešenie:

Energia je schopnosť telies vykonávať prácu.

Energia:

- 1.) kinetická (pohybová) energia E_k
- 2.) potenciálna (polohová) energia E_p

1.) Kinetická energia. Kinetickú energiu má každé teleso, ktoré je v pohybe

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$[E_k] = \frac{1}{2} \cdot [m][v^2] = \text{kg} \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 1 \text{ J}$$

$$[E_k] = 1 \text{ J} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

2.) Potenciálna tiažová energia. Potenciálnu energiu má každé teleso, ktoré stojí v určitej výške nad Zemou.

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$[E_p] = [m][g][h] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 1 \text{ J}$$

$$[E_p] = 1 \text{ J} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

Zákon zachovania mechanickej energie:

V izolovanej sústave teleso – Zem je celková mechanická energia konštantná. V ľubovoľnom čase je súčet kinetickej a potenciálnej energie konštantný.

$$E = E_k + E_p = \text{konšt.}$$

2

Auto Ford Fusion s hmotnosťou 1156 kg zväčšilo svoju rýchlosť z 18 km.h⁻¹ na 72 km.h⁻¹. O koľko sa zväčšila jeho kinetická energia?

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 1156 \text{ kg}, v_1 = 18 \text{ km.h}^{-1} = 5 \text{ m.s}^{-1}, v_2 = 72 \text{ km.h}^{-1} = 20 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\Delta E = E_{k2} - E_{k1}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \cdot 1156 \text{ kg} \cdot \left[(20 \text{ m.s}^{-1})^2 - (5 \text{ m.s}^{-1})^2 \right]$$

$$\Delta E = 578 \text{ kg} \cdot 375 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 216750 \text{ J} = 217 \text{ kJ}$$

$$\Delta E = 217 \text{ kJ}$$

Kinetická energia auta sa zväčšila o $\Delta E = 217 \text{ kJ}$

3

V akom pomere sú kinetické energie dvoch gúľ, ak druhá má 2-krát väčšiu hmotnosť a 4-krát väčšiu rýchlosť ako prvá.

Riešenie:

Rozbor:

$$m_2 = 2 \cdot m_1, v_2 = 4 \cdot v_1$$

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2} = \frac{m_1 v_1^2}{2 m_1 (4 v_1)^2} = \frac{1}{2 \cdot 16} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{1}{32}$$

Kinetické energie sú v pomere 1 : 32

4

Lod' pláva po jazere rýchlosťou 36 km.h^{-1} . Po palube kráča námorník s hmotnosťou 80 kg , rýchlosťou 2 m.s^{-1} . Vypočítajte jeho kinetickú energiu vzhľadom na jazero ak ide

- a.) v smere plavby
- b.) proti smeru plavby

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 80 \text{ kg}, v_1 = 36 \text{ km.h}^{-1} = 10 \text{ m.s}^{-1}, v_2 = 2 \text{ m.s}^{-1}$$

a.) V smere plavby:

$$v = v_1 + v_2 = 10 \text{ m.s}^{-1} + 2 \text{ m.s}^{-1} = 12 \text{ m.s}^{-1}$$

$$E_{k1} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 80 \text{ kg} \cdot (12 \text{ m.s}^{-1})^2 = 5760 \text{ J} = 5,76 \text{ kJ}$$

b.) Proti smeru plavby:

$$v = v_1 - v_2 = 10 \text{ m.s}^{-1} - 2 \text{ m.s}^{-1} = 8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 80 \text{ kg} \cdot (8 \text{ m.s}^{-1})^2 = 2560 \text{ J} = 2,56 \text{ kJ}$$

Kinetická energia námorníka je

- a.) 5,76 kJ,
- b.) 2,56 kJ.

5

Vlak s hmotnosťou 200 ton sa pohybuje rýchlosťou 54 km.h⁻¹. Pri zastavovaní vyvíjajú brzdy silu, ktorej veľkosť prepočítaná na každých 1000 kg hmotnosti vlaku je 300 N. Určite:

- a.) kinetickú energiu vlaku pred brzdením
- b.) prácu, ktorú musia brzdy vykonať, aby sa vlak zastavil

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 200 \text{ t} = 2.105 \text{ kg}, v = 54 \text{ km.h}^{-1} = 15 \text{ m.s}^{-1},$$

$$F = \frac{2 \cdot 10^5 \text{ kg}}{10^3 \text{ kg}} \cdot 3 \cdot 10^2 \text{ N} = 6 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$a.) E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot (15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 = 225 \cdot 10^5 \text{ J} = 22,5 \cdot 10^6 \text{ J} = 22,5 \text{ MJ}$$

$$b.) W = F \cdot s = F \cdot \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot F \cdot \frac{F}{m} \left(\frac{v}{a} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{(6 \cdot 10^4 \text{ N})^2}{2 \cdot 10^5 \text{ kg}} \left(\frac{15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{\frac{6 \cdot 10^4 \text{ N}}{2 \cdot 10^5 \text{ kg}}} \right)^2 =$$

$$= \frac{36 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^5} \left(\frac{15}{3 \cdot 10^{-1}} \right)^2 \text{ J} = \frac{36 \cdot 225 \cdot 10^8}{36 \cdot 10^3} \text{ J} = 225 \cdot 10^5 \text{ J} = 22,5 \cdot 10^6 \text{ J} = 22,5 \text{ MJ}$$

Práca, ktorú musia brzdy vykonať, aby vlak zastavil sa rovná kinetickej energii vlaku pred brzdením.

$$E_k = W = 22,5 \text{ MJ.}$$

6

Závažie s hmotnosťou 2 kg je vo výške 50 cm nad povrchom stola. Doska stola je vo výške 1,5 m nad podlahou miestnosti. Určite potenciálnu energiu závažia

- a.) vzhľadom na dosku stola
- b.) vzhľadom na podlahu miestnosti

Riešenie:

- a.) Vzhľadom na dosku stola

$$m = 2 \text{ kg}, h_1 = 0,5 \text{ m}, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$E_{p1} = m \cdot g \cdot h_1 = 2 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 10 \text{ J}$$

$$E_{p1} = 10 \text{ J}$$

- b.) Vzhľadom na podlahu miestnosti

$$m = 2 \text{ kg}, h_2 = 0,5 \text{ m} + 1,5 \text{ m} = 2 \text{ m}, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$E_{p2} = m \cdot g \cdot h_2 = 2 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 40 \text{ J}$$

$$E_{p2} = 40 \text{ J}$$

Potenciálna energia závažia vzhľadom na dosku stola je 10 J, vzhľadom na podlahu miestnosti je 40 J.

7

Baranidlo s hmotnosťou 400 kg padá z výšky 3 m. Pri náraze zarazí kôl do hĺbky 60 cm. Aká veľká je priemerná sila premáhajúca odpor pôdy?

Riešenie:

Rozbor:

$m = 400 \text{ kg}$, $h = 3 \text{ m}$, $s = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, $F = ?$

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 400 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m.s}^{-2} \cdot 3 \text{ m} = 12000 \text{ J}$$

$$E_p = W = F \cdot s$$

$$F = \frac{E_p}{s} = \frac{12000 \text{ J}}{0,6 \text{ m}} = 20000 \text{ N} = 20 \text{ kN}$$

Priemerná sila premáhajúca odpor pôdy je $F = 20 \text{ kN}$.

8

Z veže vysokej 45 m padá voľne kameň s hmotnosťou 300 g. Určite celkovú mechanickú energiu kameňa vzhľadom na Zem na konci prvej sekundy pohybu.

Riešenie:

Rozbor:

$$h_1 = 45 \text{ m}, m = 300 \text{ g} = 0,3 \text{ kg}, t = 1 \text{ s}$$

$$a.) s = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} 10 \text{ m.s}^{-2} (1 \text{ s})^2 = 5 \text{ m}$$

$$h = h_1 - s = 45 \text{ m} - 5 \text{ m} = 40 \text{ m}$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 0,3 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m.s}^{-2} \cdot 40 \text{ m} = 120 \text{ J}$$

$$b.) v = g t = 10 \text{ m.s}^{-2} \cdot 1 \text{ s} = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} 0,3 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m.s}^{-1})^2 = 15 \text{ J}$$

$$c.) E = E_p + E_k = 120 \text{ J} + 15 \text{ J} = 135 \text{ J}$$

$$E = 135 \text{ J}$$

Celková mechanická energia kameňa je $E = 135 \text{ J}$.

9

Častice α sú vyžarované pri rádioaktívnom rozpade prvkov. Majú hmotnosť $6,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ a rýchlosť $2 \cdot 10^4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Koľko častíc α vykoná pri brzdení v tzv. „ťažkej vode“ prácu 1 J ?

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 6,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, v = 2 \cdot 10^4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} = 2 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, W = 1 \text{ J}$$

Energia jednej častice:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 6,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (2 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 = 13,2 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

Počet častíc:

$$n = \frac{W}{E_k} = \frac{1 \text{ J}}{13,2 \cdot 10^{-13} \text{ J}} = 0,075 \cdot 10^{13} = 7,5 \cdot 10^{11}$$

Požadovanú prácu vykoná $7,5 \cdot 10^{11}$ častíc.

10

Horskú chatu poškodil kameň o hmotnosti 120 kg , ktorý pôvodne visel nad chatou vo výške 20 m . Akou rýchlosťou dopadol kameň na chatu? Aká by bola táto rýchlosť, keby kameň mal hmotnosť 60 kg ?

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 120 \text{ kg}, h = 20 \text{ m}$$

$$E_k = E_p$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \quad | : m$$

$$\frac{1}{2} \cdot v^2 = g \cdot h$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 20 \text{ m}} = \sqrt{400 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Kameň dopadol na chatu rýchlosťou $v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Rýchlosť voľného pádu nezávisí od hmotnosti padajúceho telesa.

11

Gulôčka o hmotnosti 200 g sa kýva na tenkej niti. Pri prechode najnižšou polohou má rýchlosť $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Akú maximálnu výšku gulôčka pri vychýlení dosiahne?

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}, v = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}, g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$E_p = E_k$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad | : m$$

$$g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v^2$$

$$h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{(3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} = \frac{9}{20} \text{ m} = 0,45 \text{ m} = 45 \text{ cm}$$

$$h = 45 \text{ cm}$$

Gulôčka vystúpi do maximálnej výšky $h = 45 \text{ cm}$.

12

Teleso o hmotnosti 2 kg je vyhodené zvislo nahor. Vo výške 15 m má kinetickú energiu 450 J. Do akej maximálnej výšky teleso vystúpi?

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 2 \text{ kg}, E_{k15} = 450 \text{ J}, h_{15} = 15 \text{ m}$$

a.) Celková energia telesa vo výške $h_{15} = 15 \text{ m}$:

$$E_{15} = E_{k15} + E_{p15} = E_{k15} + m \cdot g \cdot h_{15} = 450 \text{ J} + 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 15 \text{ m} = 450 \text{ J} + 300 \text{ J} = 750 \text{ J}$$

b.) Celková energia telesa v maximálnej výške h :

$$E_{\text{max}} = 750 \text{ J}, E_k = 0$$

$$E_{\text{max}} = E_k + E_p$$

$$E_{\max} = 0 + m \cdot g \cdot h$$

$$h = \frac{E_{\max}}{m \cdot g}$$

$$h = \frac{750 \text{ J}}{2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 37,5 \text{ m}$$

$$h = 37,5 \text{ m}$$

Teleso vystúpi do maximálnej výšky $h = 37,5 \text{ m}$.

13 Strela o hmotnosti 6 g pohybujúca sa rýchlosťou $350 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ prerazila drevenú dosku o hrúbke 20 cm a vyletela z nej rýchlosťou $150 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určite strednú hodnotu sily, ktorou strela pôsobila na dosku.

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 6 \text{ g} = 0,006 \text{ kg}, s = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}, v_1 = 350 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, v_2 = 150 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$W = \Delta E$$

$$F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$$

$$2 \cdot F \cdot s = m(v_1^2 - v_2^2)$$

$$F = \frac{m(v_1^2 - v_2^2)}{2 \cdot s}$$

$$F = \frac{0,006 \text{ kg} [(350 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 - (150 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2]}{2 \cdot 0,2 \text{ m}} = \frac{0,006 \cdot (122500 - 22500)}{0,4} \text{ N}$$

$$F = 1500 \text{ N}$$

Strela pôsobila na dosku silou $F = 1500 \text{ N}$.

14 Vozík s hmotnosťou 250 kg ide po vodorovných koľajniciach rýchlosťou $2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a zrazí sa s rovnakým vozíkom, ktorý ide rýchlosťou $1,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Po zrážke sa vozíky spoja a ďalej sa pohybujú spoločne. Vypočítajte, aká časť mechanickej energie sa pri zrážke zmení na iné formy energie, ak vozíky pred zrážkou sa pohybujú

- a.) za sebou
- b.) proti sebe

Riešenie:

Rozbor:

$$m_1 = 250 \text{ kg}, v_1 = 2,4 \text{ m.s}^{-1}, m_2 = 250 \text{ kg}, v_2 = 1,8 \text{ m.s}^{-1}$$

a.) ZA SEBOU

Pred zrážkou:

$$E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} 250 \text{ kg} (2,4 \text{ m.s}^{-1})^2 = 720 \text{ J}$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} 250 \text{ kg} (1,8 \text{ m.s}^{-1})^2 = 405 \text{ J}$$

$$E = E_1 + E_2 = 720 \text{ J} + 405 \text{ J} = 1125 \text{ J}$$

$$E = 1125 \text{ J}$$

Po zrážke:

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2,4 \text{ m.s}^{-1} + 250 \text{ kg} \cdot 1,8 \text{ m.s}^{-1}}{250 \text{ kg} + 250 \text{ kg}} = 2,1 \text{ m.s}^{-1}$$

$$E' = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 = \frac{1}{2} (250 \text{ kg} + 250 \text{ kg}) (2,1 \text{ m.s}^{-1})^2 = 1102,5 \text{ J}$$

$$E' = 1102,5 \text{ J}$$

$$\Delta E = E - E' = 1125 \text{ J} - 1102,5 \text{ J} = 22,5 \text{ J}$$

b.) PROTI SEBE

Pred zrážkou:

$$E = 1125 \text{ J (ako v a.)}$$

Po zrážke:

$$v' = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2,4 \text{ m.s}^{-1} - 250 \text{ kg} \cdot 1,8 \text{ m.s}^{-1}}{250 \text{ kg} + 250 \text{ kg}} = 0,3 \text{ m.s}^{-1}$$

$$E' = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 = \frac{1}{2} (250 \text{ kg} + 250 \text{ kg}) (0,3 \text{ m.s}^{-1})^2 = 22,5 \text{ J}$$

$$E' = 22,5 \text{ J}$$

$$\Delta E = E - E' = 1125 \text{ J} - 22,5 \text{ J} = 1102,5 \text{ J}$$

Na iné formy energie sa zmení

- a.) $\Delta E = 22,5 \text{ J}$
- b.) $\Delta E = 1102,5 \text{ J}$

15

Železničný vagón s hmotnosťou 10 Mg narazil pri rýchlosti 4 m.s⁻¹ na pevný nárazník. O akú dĺžku sa stlačí pružina nárazníka vagóna, ak jej tuhosť je 4MN.m⁻¹? (Ide o použitie potenciálnej energie pružnosti $E_p = 1/2 \cdot k \cdot y^2$, kde k = tuhosť pružiny, y = predĺženie alebo stlačenie pružiny).

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 10\text{Mg} = 10^7\text{g} = 10^4\text{kg}, k = 4\text{MN}\cdot\text{m}^{-1}, v = 4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$E_p = \frac{1}{2}k\cdot y^2$$

$$y = \sqrt{\frac{2\cdot E_p}{k}} = \sqrt{\frac{2\cdot \frac{1}{2}m\cdot v^2}{k}} = v\cdot\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$y = 4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}\sqrt{\frac{10^4\text{kg}}{4\cdot 10^6\text{N}\cdot\text{m}^{-1}}} = 4\cdot\frac{1}{2}10^{-1}\text{m} = 2\cdot 10^{-1}\text{m} = 0,2\text{m}$$

$$y = 20\text{cm}$$

Pružina sa stlačí o 20 cm.