

KINEMATIKA

Na dovolenku idete autom po diaľnici 3 hodiny rýchlosťou 110 km.h^{-1} . Potom na 30 minút zastavíte. Pokračujete dvojhodinovou jazdou stálou rýchlosťou 90 km.h^{-1} až do cieľa. Určite priemernú rýchlosť cestovania.

Riešenie:

Rozbor:

$$v_1 = 110 \text{ km.h}^{-1} \quad v_2 = 0 \quad v_3 = 90 \text{ km.h}^{-1} \quad v = ?$$

$$t_1 = 3 \text{ h}$$

$$s_1 = 110 \text{ km.h}^{-1} \cdot 3 \text{ h} = 330 \text{ km}$$

$$t_2 = 30 \text{ min} = 0,5 \text{ h}$$

$$s_2 = 0 \text{ km}$$

$$t_3 = 2 \text{ h}$$

$$s_3 = 90 \text{ km.h}^{-1} \cdot 2 \text{ h} = 180 \text{ km}$$

$$v = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

$$v = \frac{330 + 0 + 180}{3 + 0,5 + 2} \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{510 \text{ km}}{5,5 \text{ h}} = 92,73 \text{ km.h}^{-1}$$

Priemerná rýchlosť cestovania bola $v = 92,73 \text{ km.hod}^{-1}$.



Diaľničný úsek má dĺžku 25 km. Najväčšia povolená rýchlosť je 110 km.hod^{-1} . Vodič tento úsek prešiel za 12 minút. Prekročil najväčšiu povolenú rýchlosť na diaľnici?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$s = 25 \text{ km} = 2500 \text{ m}; \quad t = 12 \text{ min} = 720 \text{ sek.}$$

$$v = \frac{s}{t} =$$

$$v = \frac{25000m}{720sek}$$

$$v = 34.72 m.s^{-1} = 34.72 m.s^{-1} = 125 km.hod^{-1}$$

$$\Delta v = v - v_{MAX} = 125 km.hod^{-1} - 110 km.hod^{-1} = 15 km.hod^{-1}$$

Vodič prekročil dovolenú rýchlosť o 15 km.hod⁻¹

3

Kolóna vojenských vozidiel má dĺžku 2 km . Pohybuje sa stálou rýchlosťou 30 km.hod⁻¹. Vzdialenosť od čela kolóny ku poslednému vozidlu prešla spojka priemernou rýchlosťou 50 km.h⁻¹. Naspäť rýchlosťou 60 km.h⁻¹. Aký čas na to spojka na to potrebovala akú dráhu pri tom prešla?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor :

$$d = 2 \text{ km}, v_1 = 30 \text{ km.h}^{-1}, v_2 = 50 \text{ km.h}^{-1}, v_3 = 60 \text{ km.h}^{-1}, d_1 = d_2 = 2 \text{ km}$$

$$\text{V protismere kolóny } d_1 = (v_2 + v_1)t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2 \text{ km}}{50 \text{ km.h}^{-1} + 30 \text{ km.h}^{-1}} = 0,025 \text{ h} = 1,5 \text{ min}$$

V smere pohybu kolóny :

$$d_2 = (v_3 - v_1)t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{2 \text{ km}}{60 \text{ km.h}^{-1} - 30 \text{ km.h}^{-1}} = \frac{1}{15} \text{ hod} = 4 \text{ min}$$

$$\text{Celkový čas : } t = t_1 + t_2 = 1,5 \text{ min} + 4 \text{ min} = 5,5 \text{ min.}$$

$$\text{Celková dráha : } s = d_1 + d_2 = (v_2).t_1 + (v_3).t_2 =$$

$$= (50).0,025 + (60).1/15 = 1,25 \text{ km} + 4 \text{ km} = 5,25 \text{ km}$$

4

Voľne padajúce teleso má v bode A rýchlosť 3,0 m.s⁻¹, v nižšie položenom bode B rýchlosť 7,0 m.s⁻¹. Zistite za aký čas prejde vzdialenosť AB. Aká je vzdialenosť bodov A a B? Akou rýchlosťou teleso dopadne, ak jeho pohyb z bodu B na zem trvá ešte 2 s.

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$v_A = 3 \text{ m.s}^{-1}, v_B = 7 \text{ m.s}^{-1}, t' = 2 \text{ s}, g = 10 \text{ m.s}^{-2}$$

$$v_B = v_A + g \cdot t$$

$$t = \frac{v_B - v_A}{g}$$

$$t = \frac{7 \text{ m.s}^{-1} - 3 \text{ m.s}^{-1}}{10 \text{ m.s}^{-2}} = \frac{4}{10} \text{ s} = 0,4$$

$$t = 0,4 \text{ s}$$

$$|AB| = v_A \cdot t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$|AB| = 3 \text{ m.s}^{-1} \cdot 0,4 \text{ s} + \frac{1}{2} 10 \text{ m.s}^{-2} (0,4 \text{ s})^2 = 1,2 \text{ m} + 0,8 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

$$|AB| = 2 \text{ m}$$

$$v_Z = v_B + g \cdot t'$$

$$v_Z = 7 \text{ m.s}^{-1} + 10 \text{ m.s}^{-2} \cdot 2 \text{ s} = 27 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_Z = 27 \text{ m.s}^{-1}$$

5

Plavec, ktorého rýchlosť vzhľadom na vodu je $0,85 \text{ m.s}^{-1}$ pláva v rieke, v ktorej voda tečie rýchlosťou $0,40 \text{ m.s}^{-1}$. Určite čas, za ktorý dopláva z miesta A do B, vzdialeného 90 m, ak pláva:

- a) po prúde
- b) proti prúdu
- c) kolmo na prúd (Výsledná rýchlosť je kolmá na rýchlosť prúdu).

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$v_1 = 0,85 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}, v_2 = 0,40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}, s = 90 \text{ m}$$

a) po prúde :

$$v = v_1 + v_2$$

$$v = 0,85 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + 0,40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 1,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$t_1 = \frac{s}{v} = \frac{90 \text{ m}}{1,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} = 72 \text{ s}$$

b) proti prúde :

$$v = v_1 - v_2$$

$$v = 0,85 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 0,40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 0,45 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$t_2 = \frac{s}{v} = \frac{90 \text{ m}}{0,45 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} = 200 \text{ s}$$

c) kolmo na prúd :

$$v = \sqrt{1,25^2 - 0,45^2} = \sqrt{0,5625} = 0,75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$t_3 = \frac{s}{v} = \frac{90 \text{ m}}{0,75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} = 120 \text{ s}$$

Plavec z A do B dopláva po prúde za $t_1 = 72 \text{ s}$, proti prúde za $t_2 = 200 \text{ s}$ a kolmo na prúd za $t_3 = 120 \text{ s}$.

6 Motorová loďka plávajúca po rieke prešla vzdialenosť 120 m pri plavbe po prúde za 14s, pri plavbe proti prúde za 24s. Určite rýchlosť loďky v_1 vzhľadom na vodu s rýchlosť prúdu rieky v_2 .

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

v_1 – rýchlosť loďky vzhľadom na vodu , v_2 - rýchlosť prúdu rieky

$$t_1 = 14 \text{ s}, t_2 = 24 \text{ s}$$

$$v_1 + v_2 = \frac{s}{t_1}$$

$$v_1 - v_2 = \frac{s}{t_2}$$

$$v_1 = \frac{s}{2} \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) = \frac{120}{2} \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{24} \right) = 60 \cdot \frac{38}{336} = 6,78 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_2 = \frac{s}{2} \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right) = \frac{120}{2} \left(\frac{1}{14} - \frac{1}{24} \right) = 60 \cdot \frac{10}{336} = 1,78 \text{ m.s}^{-1}$$

Rýchlosť loďky vzhľadom na vodu je $6,78 \text{ m.s}^{-1}$, - rýchlosť prúdu rieky je $1,78 \text{ m.s}^{-1}$

7

Automobilista prešiel prvú tretinu dráhy s stálou rýchlosťou v_1 , ďalšie dve tretiny rýchlosťou $v_2 = 72 \text{ km.h}^{-1}$. Priemerná rýchlosť v bola 36 km.h^{-1} . Vypočítajte v_1 !

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$v_1 = ?, v_2 = 72 \text{ km.h}^{-1} = 20 \text{ ms}^{-1}, v = 36 \text{ km.h}^{-1} = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1}, \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2}$$

$$t = t_1 + t_2$$

$$\frac{s}{v} = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}$$

$$\frac{s}{v} = \frac{s}{3} + \frac{2s}{3}$$

$$\frac{s}{v} = \frac{s}{3v_1} + \frac{2s}{3v_2}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{3 \cdot v_1} + \frac{2}{3 \cdot 20}$$

$$v_1 = \frac{v \cdot v_2}{3v_2 - 2v} = \frac{10 \cdot 20}{3 \cdot 20 - 2 \cdot 10} = 5 \text{ m.s}^{-1}$$

Prvú tretinu dráhy prešiel rýchlosťou $v_1 = 5 \text{ m.s}^{-1}$

8

Vodič osobného auta idúceho rýchlosťou 90 km.h^{-1} zbadal vo vzdialenosti 60 m pred sebou stojace nákladné auto. Zatlačil brzdy a dosiahol spomalenie $a = 5 \text{ m.s}^{-2}$. Aká bola brzdná dráha osobného auta? Narazilo do prekážky?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor :

$$v = 90 \text{ km.h}^{-1} = 25 \text{ m.s}^{-1}, a = 5 \text{ m.s}^{-2}$$

$$v = a.t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v}{a}$$

$$t = \frac{25 \text{ m.s}^{-1}}{5 \text{ m.s}^{-2}} = 5 \text{ s}$$

$$s = \frac{1}{2} a.t^2$$

$$s = \frac{1}{2} 5 \text{ m.s}^{-2} (5 \text{ s})^2 = \frac{1}{2} 125 \text{ m} = 62,5 \text{ m}.$$

Brzdná dráha osobného auta bola $s = 62,5 \text{ m}$. Auto narazilo do prekážky.

9

Raketa dosiahne druhú kozmickú rýchlosť 11 km.s^{-1} po prejdení dráhy 200 km . Za aký čas to dosiahne? Aké je jej zrýchlenie?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor :

$$v = 11 \text{ km.s}^{-1} = 11\,000 \text{ m.s}^{-1}, s = 200 \text{ km} = 200\,000 \text{ m}.$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} a \left(\frac{v}{a} \right)^2 = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2s}$$

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(11\,000 \text{ m.s}^{-1})^2}{2 \cdot 2\,200\,000 \text{ m}} = \frac{121\,000\,000 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{4\,400\,000 \text{ m}} = \frac{1210}{4} \text{ m.s}^{-2}$$

$$a = 302,5 \text{ m.s}^{-2}$$

$$t = \frac{v}{a}$$

$$t = \frac{11\,000 \text{ m.s}^{-1}}{302,5 \text{ m.s}^{-2}} = 36,4 \text{ s}$$

Raketa dosiahne druhú kozmickú rýchlosť za 36.4s. Jej zrýchlenie je 302,5 m.s⁻².

10

Vozík na koľajniciach vozíčkovej demonštračnej súpravy sa pohybuje so stálym zrýchlením $a = 0,08 \text{ m.s}^{-2}$ ($v_0 = 0$, $s_0 = 0$)

- Vypočítajte dráhy, ktoré prešiel vozík v čase $t = 1\text{s}, 2\text{s}, 3\text{s}, 4\text{s}, 5\text{s}$.
- Zistite, aké dráhy prejde vozík v jednotlivých po sebe idúcich sekundách. V akom pomere sú tieto dráhy?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

$$s_1 = \frac{1}{2} 0,08 \cdot 1^2 = 0,04 m$$

$$s_2 = \frac{1}{2} 0,08 \cdot 2^2 = 0,16 m$$

$$s_3 = \frac{1}{2} 0,08 \cdot 3^2 = 0,36 m$$

$$s_4 = \frac{1}{2} 0,08 \cdot 4^2 = 0,64 m$$

$$s_5 = \frac{1}{2} 0,08 \cdot 5^2 = 1,00 m$$

t	1	2	3	4	5
s	0,04	0,16	0,36	0,64	1,00
Δs	0,12	0,20	0,28	0,36	

$$0,12 : 0,20 : 0,28 : 0,36$$

$$12 : 20 : 28 : 36$$

$$3 : 5 : 7 : 9$$

11

Rušňovodič rýchlika, ktorý sa pohyboval rýchlosťou $v_1 = 108 \text{ km.h}^{-1}$ zbadal vo vzdialenosti 180 m pred sebou nákladný vlak pohybujúci sa tým istým smerom rýchlosťou $v_2 = 32,4 \text{ km.h}^{-1}$. Rušňovodič začal brzdiť a vlak spomalil so spomalením $a = 1,2 \text{ m.s}^{-2}$. Zistite, či sa vlaky zrazia.

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor :

$$s_0 = 180 \text{ m}, v_1 = 108 \text{ km.h}^{-1} = 30 \text{ m.s}^{-1}, v_2 = 32,4 \text{ km.h}^{-1} = 9 \text{ m.s}^{-1}, a = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{Rýchlik } s_1 = v_1 t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$\text{Nákladný } a_2 = s_0 + v_2 t$$

$$s_1 = s_2$$

$$v_1 t - \frac{1}{2} a t^2 = s_0 + v_2 t$$

$$v_1 t - \frac{1}{2} a t^2 - s_0 - v_2 t = 0$$

$$\frac{1}{2} a t^2 + (v_2 - v_1) t + s_0 = 0$$

$$\frac{1}{2} 1,2 t^2 + (9 - 30) t + 180 = 0$$

$$0,6 t^2 - 21 t + 180 = 0 / : 3$$

$$0,2 t^2 - 7 t + 60 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{0,4} \Rightarrow t_1 = \frac{8}{0,4} = 20 \text{ s}, \in \emptyset$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{6}{0,4} = 15 \text{ s}$$

$$s = v_1 t - \frac{1}{2} a t^2 = 30 \cdot 15 - \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 15^2 = 450 - 135 = 315 \text{ m}$$

$$s = 315 \text{ m}$$

Vlaky sa zrazia v čase 15 s od začatia brzdenia vo vzdialenosti 315 m.

12

Sekundová ručička hodiniek je o tretinu dlhšia ako minútová. V akom pomere sú rýchlosti ich koncových bodov?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Minútová :

$$r; T_M = 3600s, v_M = \frac{2\pi r}{3600}$$

Sekundová :

$$\frac{4}{3}r, T_s = 60s, v_s = \frac{2\pi \frac{4}{3}r}{60} = \frac{8\pi r}{180}$$

$$\frac{v_s}{v_M} = \frac{\frac{8\pi r}{180}}{\frac{2\pi r}{3600}} = \frac{4}{3} = \frac{240}{3} = \frac{80}{1}$$

$$v_s : v_M = 80 : 1$$

13

Zem obieha okolo Slnka približne rovnomerným pohybom po kružnici za 365,25 dňa. Aká je rýchlosť Zeme, ak vzdialenosť Zem – Slnko je približne 150 miliónov kilometrov.

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

$$T = 365,25 \text{ dňa} = 31557600 \text{ s} = 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}, r = 150\,000\,000 \text{ km} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}.$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$v = \frac{6,28 \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}}{3,16 \cdot 10^7 \text{ s}} = 2,98 \cdot 10^4 \text{ m.s}^{-1} = 30 \text{ km.s}^{-1}$$

Zem obieha okolo Slnka obvodovou rýchlosťou 30 km.s⁻¹

14

Rýchlosť rovnomerného pohybu družice po kružnici okolo Zeme je 7,46 km.s⁻¹. Družica sa pohybuje vo výške 800 km nad povrchom Zeme. (R = 6378 km) Určite obežnú dobu T družice okolo Zeme.

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

$$R = 6378 \text{ km} = 63,78 \cdot 10^5 \text{ m}, h = 800 \text{ km} = 8 \cdot 10^5 \text{ m}, v = 7,46 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1}$$

$$r = R + h = 63,78 \cdot 10^5 \text{ m} + 8 \cdot 10^5 \text{ m} = 71,78 \cdot 10^5 \text{ m}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{6,28 \cdot 71,78 \cdot 10^5 \text{ m}}{7,46 \cdot 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} = 60,42 \cdot 10^2 \text{ s} = 6042 \text{ s} = 100,7 \text{ min}$$

$$T = 100,7 \text{ min} .$$

15

Akú najmenšiu rýchlosť musí mať motocyklista, ak má jazdiť na vnútornom povrchu dutej gule s polomerom $R = 6 \text{ m}$ všetkými smermi? Ťažisko motocykla a jazdca je $0,9 \text{ m}$ od povrchu.

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

$$r = R - 0,9 = 6 \text{ m} - 0,9 \text{ m} = 5,1 \text{ m}$$

$$a_d = g$$

$$\frac{v^2}{r} = g$$

$$v^2 = r \cdot g$$

$$v = \sqrt{r \cdot g}$$

$$v = \sqrt{5,1 \cdot 10} = \sqrt{51} = 7,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 25,56 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

$$v = 25,56 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

Najmenšia rýchlosť motocyklistu musí byť $25,56 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

16

Sedačka kolotoča je upevnená vo vzdialenosti 240 cm od stredu otáčania a vykonáva 18 otáčok za minútu. Určite jej obvodovú rýchlosť a dostredivé zrýchlenie.

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor :

$$r = 240 \text{ cm} = 2,4 \text{ m}, f = 18/60 \text{ s}^{-1} = 0,3 \text{ s}^{-1},$$

a)

$$v = 2\pi \cdot r \cdot f$$

$$v = 6,28 \cdot 2,4 \text{ m} \cdot 0,3 \text{ s}^{-1} = 4,52 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = 4,52 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b)

$$a_d = 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot r$$

$$a_d = 4 \cdot 9,8596 \cdot 0,3^2 \cdot 2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 8,52 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_d = 8,52 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Sedačka kolotoča má obvodovú rýchlosť $4,52 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

a dostredivé zrýchlenie $8,52 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.