

Tuhé teleso

1

Čo vieme o vlastnostiach tuhého telesa?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Tuhé teleso je ideálne teleso, ktorého tvar a objem sa účinkom vonkajších síl nemení. Vonkajšie sily spôsobujú zmenu pohybového stavu tuhého telesa. Pohyb telesa môže byť:

a.) posuvný

b.) otáčavý pohyb tuhého telesa okolo osi je pohyb, pri ktorom každý bod telesa má v určitom čase rovnakú uhlovú rýchlosť ω .

$$\omega = \frac{v}{r}, \quad [\omega] = \frac{[v]}{[r]} = \frac{m \cdot s^{-1}}{m} = s^{-1}$$

Otáčavý účinok sily na tuhé teleso vyjadruje moment sily.

$$\vec{M} = \vec{F} \cdot r, \quad [M] = [F][r] = Nm = 1 \text{ newtonmeter}$$

F je pôsobiaca sila, r je rameno sily. Rameno sily r je vzdialenosť vektorovej priamky sily od osi otáčania telesa.

Momentová veta:

Otáčavý účinok síl pôsobiacich na tuhé teleso sa ruší ak:

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \dots + \vec{M}_n = 0$$

Moment zotrvačnosti je miera zotrvačných vlastností telesa pri jeho rotačnom pohybe.

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots + m_n r_n^2$$
$$[I] = [m][r^2] = kg \cdot m^2$$

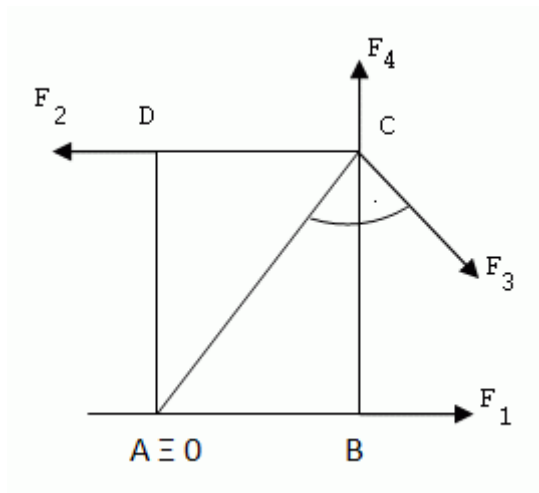
Kinetická energia rotujúceho telesa:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

$$[E_k] = [I][\omega^2] = kg \cdot m^2 \cdot (s^{-1})^2 = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = 1J$$

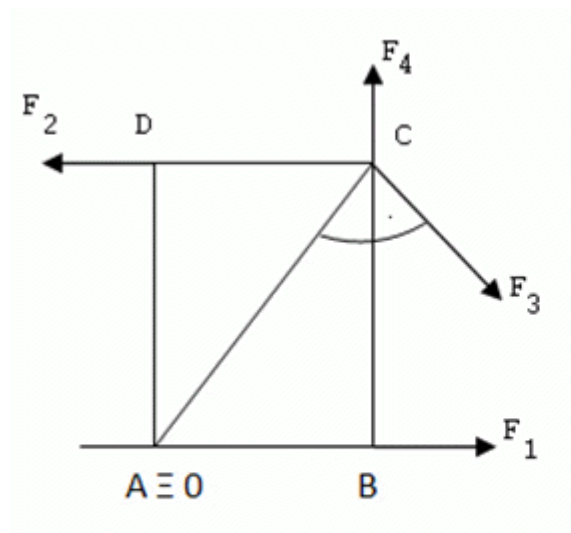
2

Vo vrcholoch obdĺžnikovej platne so stranami $a=30$ cm, $b=40$ cm pôsobia sily $F_1=10$ N, $F_2=20$ N, $F_3=30$ N, $F_4=40$ N. Platňa je otáčavá okolo osi, ktorá je kolmá na platňu a prechádza vrcholom A. Aký je výsledný moment síl pôsobiacich na platňu?



Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:



$$M_1 = F_1 \cdot 0 = 10\text{N} \cdot 0\text{m} = 0\text{Nm}$$

$$M_2 = F_2 \cdot BC = 20\text{N} \cdot 0,4\text{m} = 8\text{Nm}$$

$$\begin{aligned} M_3 &= F_3 \cdot AC = F_3 \cdot \sqrt{AB^2 + BC^2} = \\ &= 30\text{N} \cdot \sqrt{(0,3\text{m})^2 + (0,4\text{m})^2} = \\ &= 30\text{N} \cdot 0,5\text{m} = 15\text{Nm} \end{aligned}$$

$$M_4 = F_4 \cdot AB = 40\text{N} \cdot 0,3\text{m} = 12\text{Nm}$$

$$\overline{M} = \overline{M}_1 + \overline{M}_2 + \overline{M}_3 + \overline{M}_4$$

$$M = M_1 + M_2 - M_3 + M_4$$

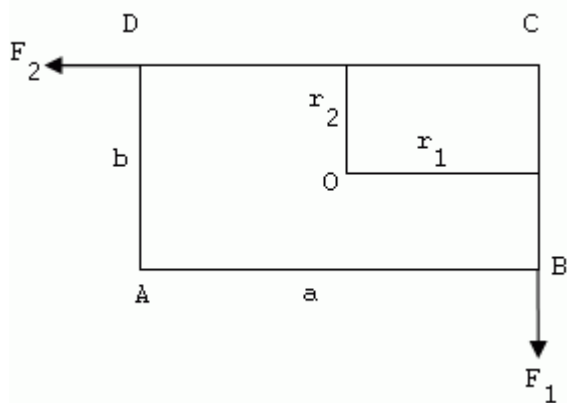
$$M = 0 + 8\text{Nm} - 15\text{Nm} + 12\text{Nm} = 5\text{Nm}$$

$$M = 5\text{Nm}$$

Výsledný moment síl je 5 Nm.

3

Obdĺžniková doska o rozmeroch $a = 20\text{ cm}$, $b = 10\text{ cm}$ je upevnená tak, že sa môže otáčať okolo osi prechádzajúcej jej stredom O kolmo k doske. Sila $F_1 = 800\text{ N}$. Vypočítajte veľkosť sily F_2 , aby doska zostala v klude.

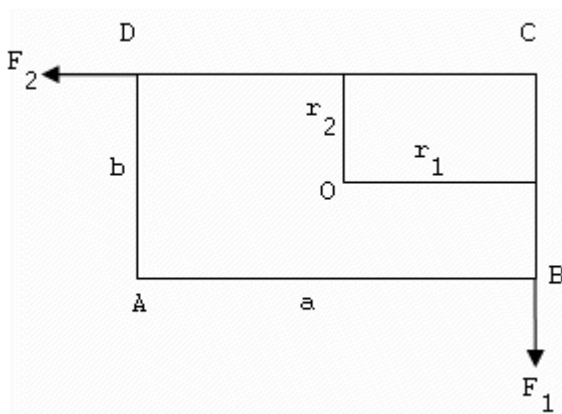


Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$a = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$, $b = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$, $r_1 = 0,1 \text{ m}$, $r_2 = 0,05 \text{ m}$, $F_1 = 800 \text{ N}$



$$\overline{M_1} + \overline{M_2} = 0$$

$$M_1 - M_2 = 0$$

$$M_1 = M_2$$

$$F_1 r_1 = F_2 r_2$$

$$F_2 = \frac{F_1 r_1}{r_2}$$

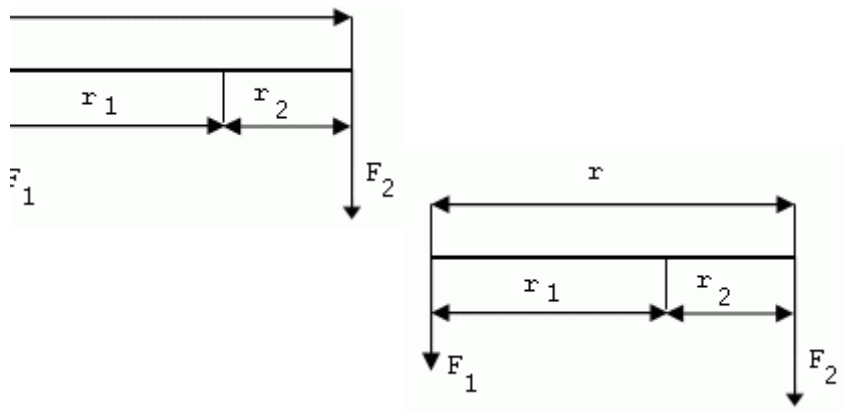
$$F_2 = \frac{800 \text{ N} \cdot 0,1 \text{ m}}{0,05 \text{ m}} = 1600 \text{ N}$$

$$F_2 = 1600 \text{ N}$$

Aby doska ostala v klude, musí byť sila $F_2 = 1600 \text{ N}$

4

Tyč má dĺžku 1,2 m. Na jej koncoch sú zavesené závažia s hmotnosťami 5 kg a 7 kg. Kde treba tyč podprieť, aby zostala v rovnováhe?



Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$r = 1,2 \text{ m}, m_1 = 5 \text{ kg}, m_2 = 7 \text{ kg}, F_1 = 50\text{N}, F_2 = 70\text{N}$$

$$r_1 + r_2 = r$$

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

$$r_1 + r_2 = 1,2 \Rightarrow r_2 = 1,2 - r_1$$

$$50 \cdot r_1 = 70 \cdot r_2$$

$$50 \cdot r_1 = 70 \cdot (1,2 - r_1)$$

$$50r_1 = 84 - 70r_1$$

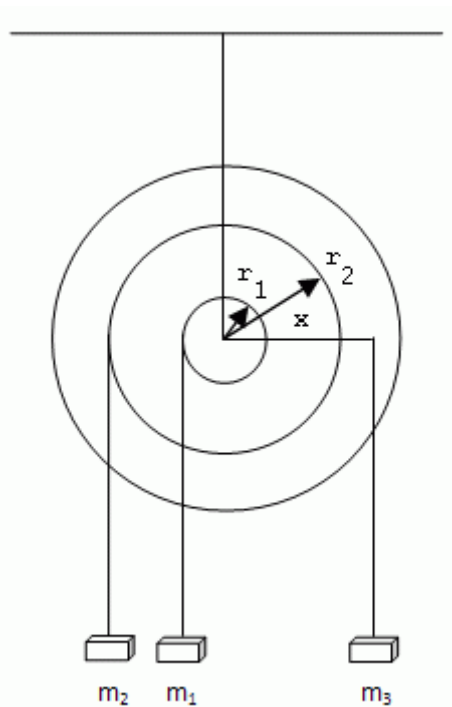
$$120r_1 = 84$$

$$r_1 = 0,7\text{m}, r_2 = 0,5\text{m}$$

Tyč treba podprieť vo vzdialenosti 0,7 metra od sily F_1 .

5

Na otáčavom kotúči sú na tej istej strane od osi otáčania zavesené závažia hmotnosti $m_1 = 0,5\text{kg}$ vo vzdialenosti $r_1 = 0,2 \text{ m}$ od osi otáčania a $m_2 = 0,2 \text{ kg}$ vo vzdialenosti $r_2 = 0,4 \text{ m}$ od osi otáčania. V akej vzdialenosti od osi musíme na druhej strane zavesiť závažie hmotnosti $m_3 = 0,6 \text{ kg}$, aby nastala rovnováha?

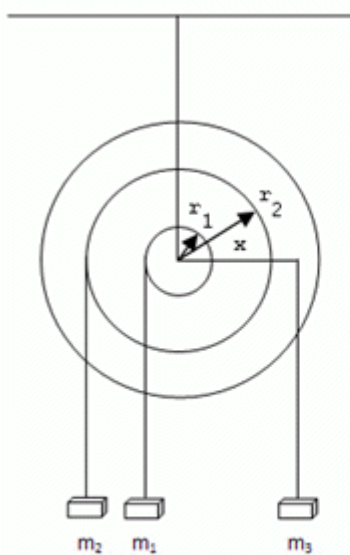


Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$m_1 = 0,5 \text{ kg}$, $m_2 = 0,2 \text{ kg}$, $m_3 = 0,6 \text{ kg}$, $F_1 = 5 \text{ N}$, $F_2 = 2 \text{ N}$, $F_3 = 6 \text{ N}$, $r_1 = 0,2 \text{ m}$, $r_2 = 0,4 \text{ m}$, $x = ?$



$$\overline{M_1} + \overline{M_2} + \overline{M_3} = 0$$

$$M_1 + M_2 - M_3 = 0$$

$$M_1 + M_2 = M_3$$

$$F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 = F_3 \cdot x$$

$$5 \text{ N} \cdot 0,2 \text{ m} + 2 \text{ N} \cdot 0,4 \text{ m} = 6 \text{ N} \cdot x$$

$$1 \text{ Nm} + 0,8 \text{ Nm} = 6 \text{ N} \cdot x$$

$$1,8 \text{ Nm} = 6 \text{ N} \cdot x$$

$$x = \frac{1,8 \text{ Nm}}{6 \text{ N}} = 0,3 \text{ m}$$

$$x = 0,3 \text{ m}$$

Protizávažie treba upevniť vo vzdialenosti $x = 0,3 \text{ m}$ od osi otáčania.

Akú veľkú prácu musíme vykonať, aby sme oceľový valec o hmotnosti 800 kg a polomerom podstavy 0,5 m roztočili na 48 otáčok za minútu? Moment zotrvačnosti plného valca: (Tabuľky)

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$$

$$f = \frac{48}{60s} = 0,8s^{-1}$$

$$m = 800 \text{ kg}, r = 0,5 \text{ m}, f = 0,8 \text{ s}^{-1}$$

Moment zotrvačnosti:

$$I = \frac{1}{2} m r^2$$

$$I = \frac{1}{2} 800 \text{ kg} \cdot (0,5 \text{ m})^2 = 100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Práca :

$$W = E_k = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot I \cdot (2\pi \cdot f)^2$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot 0,8^2 \cdot \text{s}^{-2} = 1262 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 1262 \text{ J}$$

$$W = 1262 \text{ J}$$

Musíme vykonať prácu $W = 1262 \text{ J}$.

7 Aký je moment zotrvačnosti zotrvačníka, ak pri brzdení prácou 1260 J klesnú jeho otáčky z 320 min^{-1} na 254 min^{-1}

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

$$W = 1260 \text{ J}, \quad f_1 = \frac{320}{60 \text{ s}} = 5,33 \text{ s}^{-1}, \quad f_2 = \frac{254}{60 \text{ s}} = 4,23 \text{ s}^{-1}$$

$$W = E_{k1} - E_{k2}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_1^2 - \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot I \cdot (\omega_1^2 - \omega_2^2)$$

$$I = \frac{2 \cdot W}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = \frac{2 \cdot W}{4 \cdot \pi^2 \cdot (f_1^2 - f_2^2)}$$

$$I = \frac{2 \cdot 1260 \text{ J}}{4 \cdot 9,86 \cdot [(5,33 \text{ s}^{-1})^2 - (4,23 \text{ s}^{-1})^2]} = \frac{2520 \text{ J}}{39,44 \cdot 10,5 \text{ s}^{-2}} = 6,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I = 6,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment zotrvačníka je asi $I = 6,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

8

Oceľový kotúč bol roztočený povrazom dĺžky 80 cm, na ktorý pôsobila sila 30 N. Koľko otáčok vykoná za 1 sekundu, ak jeho moment zotrvačnosti je $0,03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$l = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}, \quad F = 30 \text{ N}, \quad I = 0,03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad f = ?$$

$$W = E_k$$

$$F l = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

$$F l = \frac{1}{2} \cdot I \cdot (2 \pi \cdot f)^2$$

$$F l = \frac{1}{2} \cdot I \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2$$

$$F l = 2 \cdot I \cdot \pi^2 \cdot f^2$$

$$f = \sqrt{\frac{F l}{2 \cdot I \cdot \pi^2}}$$

$$f = \sqrt{\frac{30 \text{ N} \cdot 0,8 \text{ m}}{2 \cdot 0,03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 9,86}} = \sqrt{40,56 \text{ s}^{-2}} = 6,34 \text{ s}^{-1}$$

$$f = 6,34 \text{ s}^{-1}$$

Oceľový kotúč vykoná 6,34 otáčok za sekundu.

9 Do akej výšky by vystúpilo detské autíčko idúce hore kopcom, poháňané len zotrvačníkom s momentom zotrvačnosti $0,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Zotrvačnik vykonáva 4 otáčky za sekundu. Hmotnosť autíčka je 8 kg.

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$I = 0,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $f = 4\text{s}^{-1}$, $m = 8 \text{ kg}$, $h = ?$

$$E_p = E_k$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot I \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2$$

$$m \cdot g \cdot h = 2 \cdot I \cdot \pi^2 \cdot f^2$$

$$h = \frac{2 \cdot I \cdot \pi^2 \cdot f^2}{m \cdot g}$$

$$h = \frac{2 \cdot 0,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \cdot 9,86 \cdot (4\text{s}^{-1})^2}{8 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} = 0,3944 \text{ m} \doteq 0,4 \text{ m}$$

$$h \doteq 40 \text{ cm}$$

Autíčko vystúpi do výšky $h = 40 \text{ cm}$.

10

Určite najmenšiu frekvenciu, na ktorú sa musí roztočiť zotrvačnik s momentom zotrvačnosti $305 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, aby za čas 10 minút dodával výkon 25 kW.

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$I = 305 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $t = 10 \text{ min.} = 600 \text{ s}$, $P = 25 \text{ 000 W}$, $f = ?$

$$W = E_k$$

$$Pt = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

$$Pt = \frac{1}{2} \cdot I \cdot 4\pi^2 \cdot f^2$$

$$Pt = 2I\pi^2 \cdot f^2$$

$$f = \sqrt{\frac{Pt}{2I\pi^2}}$$

$$f = \sqrt{\frac{25000W \cdot 600s}{2 \cdot 305kg \cdot m^2 \cdot 9,86}} = \sqrt{2494s^{-2}} = 49,94s^{-1} \doteq 50s^{-1}$$

$$f = 50s^{-1}$$

Najmenšia frekvencia zotrvačníka je $f = 50 s^{-1}$.

11

Vysvetlite, kedy pri výpočte momentu zotrvačnosti tuhého telesa použijeme Steinerovu vetu?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Ak os rotácie tuhého telesa neprechádza ťažiskom, platí Steinerova veta.

$$I = I_0 + m \cdot d^2$$

I_0 – moment zotrvačnosti telesa, ak os rotácie prechádza ťažiskom

m – hmotnosť telesa

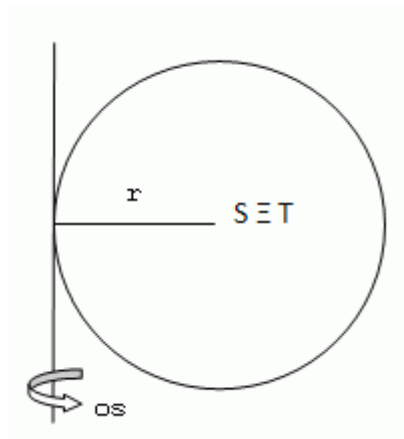
d – vzdialenosť ťažiska od osi rotácie

Moment zotrvačnosti niektorých telies:

Kruhový kotúč	Plná guľa	Prstenec	Plný valec	Tenka tyč
$I_0 = \frac{1}{2} m \cdot r^2$	$I_0 = \frac{2}{5} m \cdot R^2$	$I_0 = m \cdot r^2$	$I_0 = \frac{1}{2} m \cdot r^2$	$I_0 = \frac{1}{12} m \cdot l^2$

12

Vypočítajte moment zotrvačnosti plnej homogénnej gule s polomerom $r = 10 \text{ cm}$, hmotnosti 25 kg vzhľadom na os, ktorá sa dotýka povrchu gule.

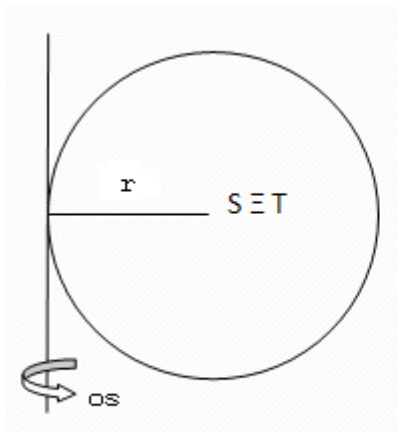


Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$r = 10 \text{ cm} = 0,1\text{m}$, $m = 25\text{kg}$, $d = r = 0,1\text{m}$



$$I = I_0 + m.d^2$$

$$I = \frac{2}{5}m.r^2 + m.d^2$$

$$I = \frac{7}{5}m.r^2$$

$$I = \frac{7}{5}25\text{kg}.(0,1\text{m})^2 = 0,35\text{kg.m}^2$$

$$I = 0,35\text{kg.m}^2$$

Moment zotrvačnosti gule je $I = 0.35 \text{ kg.m}^2$.

13 Určite dĺžku tyče l , ktorej hmotnosť je $1,2 \text{ kg}$, modul zotrvačnosti $0,592 \text{ kg.m}^2$, ak sa tyč otáča vo vzdialenosti $0,4 \text{ m}$ od pevnej osi.

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$m = 1,2 \text{ kg}$, $I = 0,592 \text{ kg.m}^2$, $d = 0,4 \text{ m}$, $l = ?$

$$I = I_0 + m.d^2$$

$$I = \frac{1}{12} m.l^2 + m.d^2 \cdot 12$$

$$12.I = m.l^2 + 12.m.d^2$$

$$12.I - 12.m.d^2 = m.l^2$$

$$l = \sqrt{\frac{12.(I - m.d^2)}{m}}$$

$$l = \sqrt{\frac{12.(0,592 \text{ kg.m}^2 - 1,2 \text{ kg} \cdot 0,16 \text{ m}^2)}{1,2 \text{ kg}}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 0,4 \text{ kg.m}^2}{1,2 \text{ kg}}} = \sqrt{4 \text{ m}^2} = 2 \text{ m}$$

$$l = 2 \text{ m}$$

Dĺžka tyče je $l = 2 \text{ m}$.

14

Plné koleso (kruhový kotúč) o hmotnosti 20 kg a polomerom $r = 50 \text{ cm}$ sa kotúľa (valí) rýchlosťou 10 m.s^{-1} . Akú má kinetickú energiu?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 20 \text{ kg}, r = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}, v = 10 \text{ m.s}^{-1}, I_0 = \frac{1}{2} m.r^2, \omega = \frac{v}{r} = \frac{10 \text{ m.s}^{-1}}{0,5 \text{ m}} = 20 \text{ s}^{-1}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m.v^2 + \frac{1}{2} I.\omega^2$$

Valivý pohyb je zložený z posuvného a rotačného pohybu. Platí:

$$E_k = \frac{1}{2} m.v^2 + \frac{1}{2} I.\omega^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} m.v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m.r^2.\omega^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} 20 \cdot 10^2 \text{ J} + \frac{1}{4} \cdot 20 \cdot 0,5^2 \cdot 20^2 \text{ J} = 1000 \text{ J} + 500 \text{ J} = 1500 \text{ J}$$

$$E_k = 1,5 \text{ kJ}$$

Kinetická energia kola je $E_k = 1,5 \text{ kJ}$.

15

Akú rýchlosť získa guľa, ktorá sa kotúľa po naklonenej rovine z výšky 1 m?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$h = 1\text{m}, \quad I = \frac{2}{5}mr^2, \quad v = ?$$

$$E_p = E_k$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \cdot \left(\frac{v}{r}\right)^2 \quad | : m$$

$$g \cdot h = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{5}mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2}$$

$$g \cdot h = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{5}v^2$$

$$g \cdot h = \frac{7v^2}{10}$$

$$10 \cdot g \cdot h = 7v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{10 \cdot g \cdot h}{7}}$$

$$v = \sqrt{\frac{10 \cdot 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 1\text{m}}{7}} = \sqrt{\frac{100\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{7}} = \sqrt{14,29\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}} = 3,78\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = 3,78\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Guľa získa rýchlosť $v = 3,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Skladanie síl



Vysvetlite čo je skladanie síl a rozklad sily!

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Skladanie síl je nahradenie sústavy síl jednou silou – výslednicou.

Pohybové účinky telesa sa nezmenia.

Rozklad sily je nahradenie sily sústavou síl s rovnakým účinkom.

Dve sily pôsobiace v jednom bode ktoré

- a) pôsobia tým istým smerom : $F = F_1 + F_2$
- b) pôsobia opačným smerom : $F = F_1 - F_2$
- c) sú na seba kolmé : $F^2 = F_1^2 + F_2^2$
- d) zvierajú uhol φ : $F^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2.F_1.F_2.\cos(180^\circ - \varphi)$

Dve sily

a) súhlasne rovnobežné

$$F = F_1 + F_2$$

$$r = r_1 + r_2$$

$$F_1.r_1 = F_2.r_2$$

b) nesúhlasne rovnobežné

$$F = F_1 - F_2$$

$$r = r_1 - r_2$$

$$F_1.r_1 = F_2.r_2$$

2

Dané sú dve sily $F_1 = 8 \text{ N}$, $F_2 = 6 \text{ N}$ pôsobiace v jednom bode. Vypočítajte ich výslednicu ak:

- a.) pôsobia tým istým smerom
- b.) pôsobia opačným smerom
- c.) sú na seba kolmé
- d.) zvierajú uhol $\varphi = 60^\circ$

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

$$a.) F = F_1 + F_2$$

$$F = 8N + 6N = 14N$$

$$b.) F = F_1 + F_2$$

$$F = 8N - 6N = 2N$$

$$c.) F^2 = F_1^2 + F_2^2$$

$$F^2 = 64N^2 + 36N^2 = 100N^2$$

$$F = \sqrt{100N^2} = 10N$$

$$d.) F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180^\circ - \varphi)}$$

$$F = \sqrt{64N^2 + 36N^2 - 2 \cdot 8N \cdot 6N \cdot \cos 120^\circ}$$

$$F = \sqrt{64N^2 + 36N^2 + 48N^2} = \sqrt{148N^2} = 12,16N$$

$$F = 12,16N$$

3

Na teleso s hmotnosťou 50 kg pôsobia dve sily $F_1 = 25N$, $F_2 = 35N$ pod uhlom $\varphi = 30^\circ$.
Určite zrýchlenie telesa!

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$m = 50 \text{ kg}$, $F_1 = 25N$, $F_2 = 35N$, $\varphi = 30^\circ$, $a = ?$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180^\circ - \varphi)}$$

$$F = \sqrt{(25N)^2 + (35N)^2 - 2 \cdot 25N \cdot 35N \cdot \cos 150^\circ}$$

$$F = \sqrt{625N^2 + 1225N^2 + 1515,5N^2}$$

$$F = \sqrt{3365,5N^2} = 58N$$

$$F = 58N$$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{58N}{50kg} = 1,16m \cdot s^{-2}$$

$$a = 1,16m \cdot s^{-2}$$

Zrýchlenie telesa je $a = 1,16 m \cdot s^{-2}$.

4

Určite veľkosť a polohu výslednice dvoch rovnobežných síl $F_1 = 70 \text{ N}$, $F_2 = 30 \text{ N}$, ktorých vektorové priamky sú vo vzdialenosti $0,4 \text{ m}$. Sily pôsobia tým istým smerom.

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$F_1 = 70 \text{ N}, F_2 = 30 \text{ N}, r = 0,4 \text{ m}, F = ?, r_1 = ?, r_2 = ?$$

$$F = F_1 + F_2$$

$$F = 70 \text{ N} + 30 \text{ N} = 100 \text{ N}$$

$$F = 100 \text{ N}$$

Určenie r_1, r_2 :

$$r_1 + r_2 = 0,4 / \cdot 30$$

$$70 \cdot r_1 - 30 \cdot r_2 = 0$$

$$30r_1 + 30r_2 = 12$$

$$70r_1 - 30r_2 = 0$$

$$100r_1 = 12$$

$$r_1 = 0,12 \text{ m}$$

$$r_2 = 0,4 \text{ m} - 0,12 \text{ m} = 0,28 \text{ m}$$

$$r_2 = 0,28 \text{ m}$$

Výslednica síl je $F = 100 \text{ N}$.

Jej polohu určujú vzdialenosti $r = 0,12 \text{ m}$, $r_2 = 0,28 \text{ m}$.

5

Určite veľkosť a polohu výslednice dvoch síl $F_1 = 70 \text{ N}$, $F_2 = 30 \text{ N}$, ktorých vektorové priamky sú vo vzdialenosti $0,4 \text{ m}$. Sily pôsobia opačným smerom.

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$F_1 = 70 \text{ N}, F_2 = 30 \text{ N}, r = 0,4 \text{ m}, F = ?, r_1 = ?, r_2 = ?$$

$$F = F_1 - F_2$$

$$F = 70 \text{ N} - 30 \text{ N} = 40 \text{ N}$$

$$F = 40 \text{ N}$$

Určenie r_1, r_2 :

$$r_2 - r_1 = 0,4 \Rightarrow r_2 = 0,4 + r_1$$

$$70r_1 = 30r_2$$

$$70r_1 = 30(0,4 + r_1)$$

$$70r_1 = 12 + 30r_1$$

$$40r_1 = 12$$

$$r_1 = \frac{12}{40} = 0,3$$

$$r_1 = 0,3 \text{ m}$$

$$r_2 = 0,4 \text{ m} + 0,3 \text{ m} = 0,7 \text{ m}$$

$$r_2 = 0,7 \text{ m}$$

Výslednica síl je $F = 40 \text{ N}$.

Jej polohu určujú vzdialenosti $r_1 = 0,3 \text{ m}$, $r_2 = 0,7 \text{ m}$.

6

Dvaja poľovníci nesú zastreleného srnca s hmotnosťou 90 kg zaveseného na vodorovnej tyči. Vzdialenosti bodov, v ktorých je tyč podpretá ramenami nosičov od pôsobiska tiažovej sily srnca sú 0,8 m a 1 m. Vypočítajte veľkosť síl, ktoré pôsobia na ramená oboch nosičov. Navrhnite zmenu situácie tak, aby sa obaja nosiči podieľali na nesení srnca rovnako.

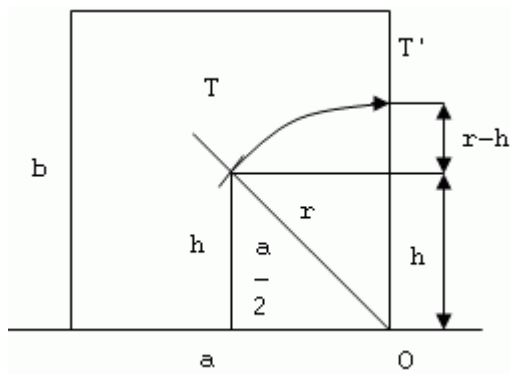
Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$m = 90 \text{ kg}, F_g = 900 \text{ N}, r_1 = 0,8 \text{ m}, r_2 = 1 \text{ m}, F_1 = ?, F_2 = ?$$

a.)



$$F_1 + F_2 = 900 \Rightarrow F_2 = 900 - F_1$$

$$F_1 \cdot 0,8 = F_2 \cdot 1$$

$$F_1 \cdot 0,8 = (900 - F_1) \cdot 1$$

$$0,8 \cdot F_1 + F_1 = 900$$

$$1,8 \cdot F_1 = 900$$

$$F_1 = \frac{900}{1,8} = 500 \text{ N}$$

$$F_1 = 500 \text{ N}, \quad F_2 = 900 - F_1 = 900 - 500 = 400 \text{ N}$$

- a.) Na ramená nosičov pôsobia sily $F_1 = 500 \text{ N}$ a $F_2 = 400 \text{ N}$.
- b.) Druhá situácia nastane, ak bude platiť $r_1 = r_2 = 0,9 \text{ m}$. Potom na ramená oboch nosičov bude pôsobiť rovnaká sila $F_1 = F_2 = 450 \text{ N}$.

Stabilita telies



Čo rozumieme pod stabilitou telies?

Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Tuhé teleso môže byť v troch rovnovážnych polohách.

- a.) Poloha stála (stabilná) – teleso po vychýlení sa vráti do pôvodnej polohy
- b.) Poloha voľná (indiferentná)-teleso zostane vo vychýlenej polohe
- c.) Poloha vratká (labilná) – teleso sa nevráti do pôvodnej polohy

Stabilita podopretého telesa sa určuje veľkosťou práce, ktorú treba vykonať, aby sme teleso prevrátili z polohy stabilnej do polohy vratkej.

$$W = m \cdot g \cdot (r - h)$$

m – hmotnosť telesa

h – vzdialenosť ťažiska od podstavky v nepreklopenej polohe

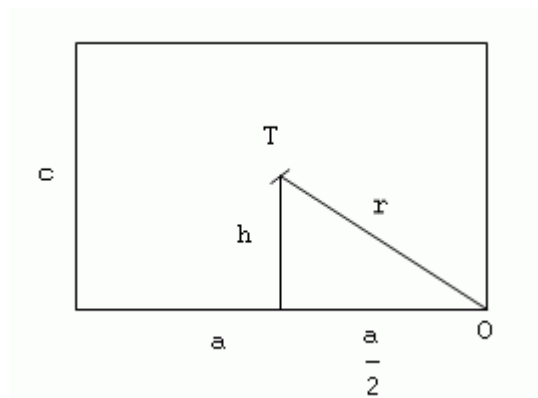
r – vzdialenosť ťažiska od hrany okolo ktorej teleso preklápame

$r - h$ – zvýšenie ťažiska pri preklápaní

Stabilita telesa je veľká, ak teleso má veľkú hmotnosť a jeho ťažisko je čo najnižšie.

2

Rozmery tehly sú $a = 0,3 \text{ m}$, $b = 0,15 \text{ m}$, $c = 0,06 \text{ m}$ a jej hmotnosť je 5 kg . Vypočítajte prácu, ktorú treba vynaložiť na prevrátenie tehly okolo hrany b zo stálej do vratkej polohy.

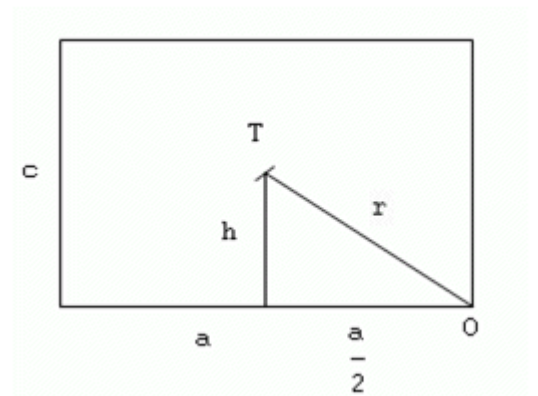


Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$a = 0,3 \text{ m}$, $b = 0,15 \text{ m}$, $c = 0,06 \text{ m}$, $m = 5 \text{ kg}$,



$$h = \frac{c}{2} = \frac{0,06\text{m}}{2} = 0,03\text{m},$$

$$r^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$r = \sqrt{(0,03\text{m})^2 + (0,15\text{m})^2} = \sqrt{0,0234\text{m}^2} = 0,1529\text{m}$$

$$r = 0,1529\text{m}$$

$$W = m \cdot g \cdot (r - h)$$

$$W = 5\text{kg} \cdot 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (0,1529\text{m} - 0,03\text{m})$$

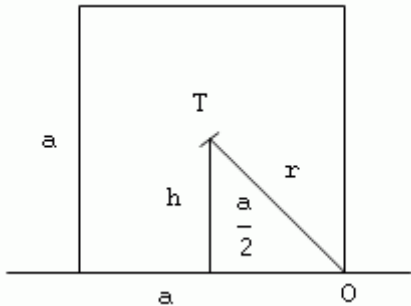
$$W = 50 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 0,1229\text{m} = 6,145 \text{ J}$$

$$W = 6,145 \text{ J}$$

Na prevrátenie tehly treba vynaložiť prácu $W = 6,145 \text{ J}$.

3

Akú prácu treba vykonať pri prevrátení žulového bloku ($\rho = 2800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$) tvaru kocky o hmotnosti 1000 kg , cez hranu, z jednej jej steny na druhú?

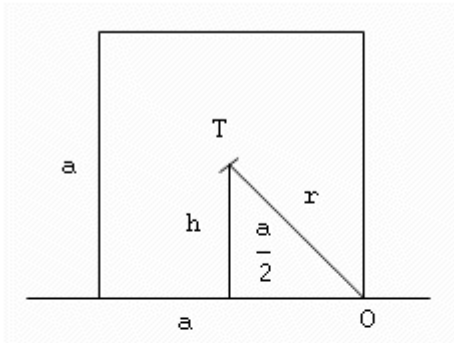


Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$m = 1000 \text{ kg}$, $\rho = 2800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$,



$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{1000 \text{ kg}}{2800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}} = 0,357 \text{ m}^3$$

$$V = a^3$$

$$a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{0,357 \text{ m}^3} = 0,71 \text{ m}$$

$$h = \frac{a}{2} = \frac{0,71 \text{ m}}{2} = 0,355 \text{ m}$$

$$r = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{(0,355 \text{ m})^2 + (0,355 \text{ m})^2} = 0,5 \text{ m}$$

$$W = m \cdot g \cdot (r - h)$$

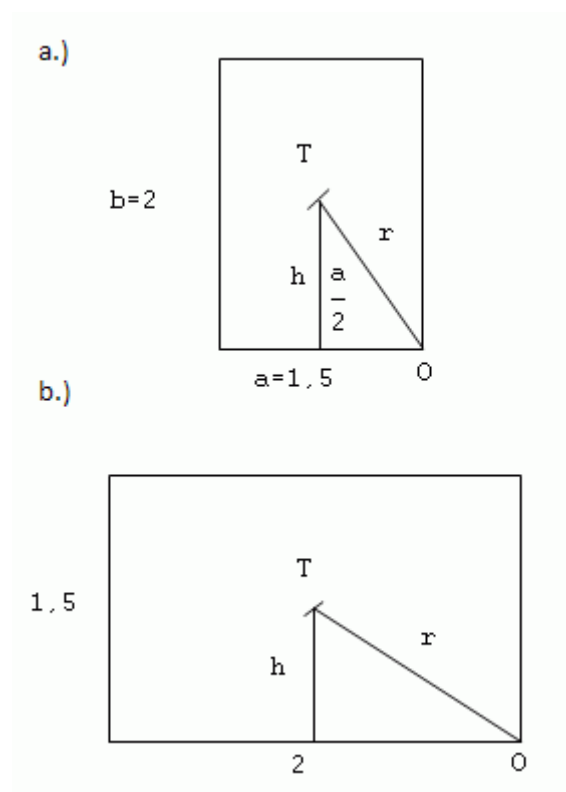
$$W = 1000 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (0,5 \text{ m} - 0,355 \text{ m}) = 10000 \text{ N} \cdot 0,145 \text{ m} = 1450 \text{ J}$$

$$W = 1450 \text{ J}$$

Na prevrátenie žulového bloku treba vykonať prácu $W = 1450 \text{ J}$

4

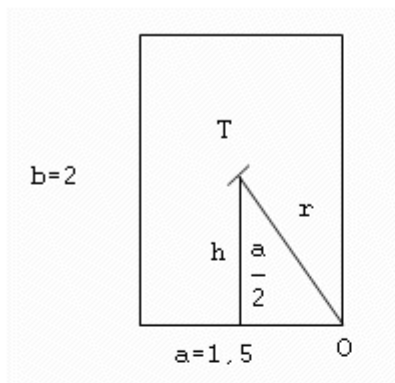
Ťažký tehlový blok tvaru kvádra s výškou 2m a šírkou 1,5m má hmotnosť 2500 kg. Porovnajme práce potrebné pri prevracaní bloku okolo tretej hrany podľa obrázkov.



Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

a.)



$$h = 1\text{ m}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{1,5\text{ m}}{2} = 0,75\text{ m}$$

$$r = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{(1\text{ m})^2 + (0,75\text{ m})^2}$$

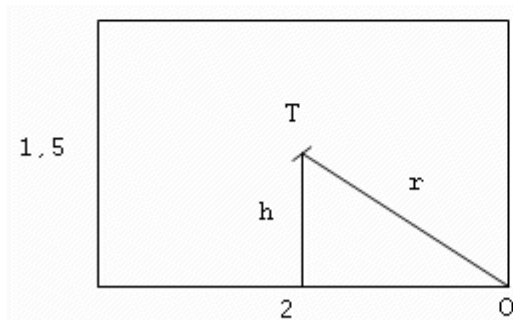
$$r = 1,25\text{ m}$$

$$W = m \cdot g \cdot (r - h)$$

$$W = 2500\text{ kg} \cdot 10\text{ m s}^{-2} \cdot (1,25\text{ m} - 1\text{ m}) = 25000\text{ N} \cdot 0,25\text{ m} = 6250\text{ J}$$

$$W = 6250\text{ J}$$

b.)



$$h = 0,75\text{ m}$$

$$\frac{b}{2} = \frac{2\text{ m}}{2} = 1\text{ m}$$

$$r = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{(0,75\text{ m})^2 + (1\text{ m})^2}$$

$$r = 1,25\text{ m}$$

$$W = m \cdot g \cdot (r - h)$$

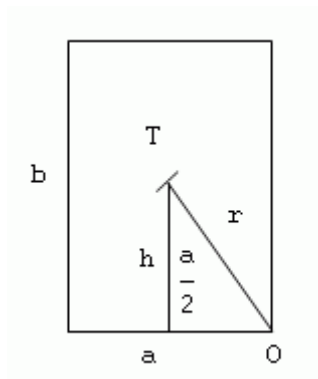
$$W = 2500\text{ kg} \cdot 10\text{ m s}^{-2} \cdot (1,25\text{ m} - 0,75\text{ m}) = 25000\text{ J} \cdot 0,5\text{ m} = 12500\text{ J}$$

$$W = 12500\text{ J}$$

Práca v druhom prípade je dvakrát väčšia ako v prvom prípade.

5

Žulový štvorboký pravidelný hranol ($\rho = 2500\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$) má podstavovú hranu 60 cm a výšku 80 cm. Akú prácu musíme vykonať, aby sme hranol preklpili z rovnovážnej stabilnej polohy do vratkej polohy. Hranol je postavený na štvorcovej podstave.



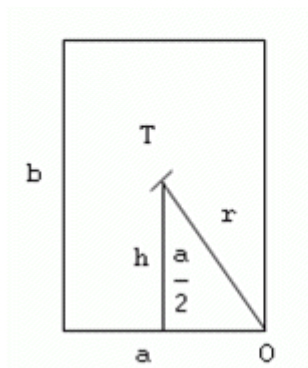
Skry riešenie / Skry všetky riešenia

Riešenie:

Rozbor:

$$\rho = 2500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}, a = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}, b = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}, W = ?$$

$$h = \frac{b}{2} = \frac{0,8\text{m}}{2} = 0,4\text{m}, \quad r = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{(0,3\text{m})^2 + (0,4\text{m})^2} = 0,5\text{m}$$



$$W = m \cdot g \cdot (r - h)$$

$$W = V \cdot \rho \cdot g \cdot (r - h)$$

$$W = a^2 \cdot b \cdot \rho \cdot g \cdot (r - h)$$

$$W = (0,6\text{m})^2 \cdot 0,8\text{m} \cdot 2500\text{kg}\cdot\text{m}^{-3} \cdot 10\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (0,5\text{m} - 0,4\text{m}) = 720 \text{ J}$$

$$W = 720 \text{ J}$$

Pre preklopenie hranola potrebujeme prácu $W = 720 \text{ J}$.